

MATHEMATIQUES FINANCIERES

MAFI1

PARTIEL, EPITA_ING1_2022_S6

Juin 2020, Durée : 1h30 min

H. GROSCOT

Spécificités du partiel : L'énoncé de ce devoir est constitué des documents suivants :

- Ce fichier,
- Le fichier REPONSES_MAFI1.csv, devant contenir les réponses à vos questions et devant être renommé suivant la convention formulée par l'EPITA puis déposé dans l'espace informatique tel que demandé par l'EPITA.

Il s'agit d'un devoir effectué à domicile. Nous vous demandons de répondre dans le fichier Excel, REPONSES_MAFI1.csv tel que précisé plus haut. Ce fichier doit impérativement être sauvegardé dans le format .csv couramment employé en France : séparateur point-virgule « ; », séparateur décimal virgule « , ».

Le fichier est constitué de deux colonnes.

- La première a été préalablement remplie et permet de retrouver l'endroit où vous devez apporter votre réponse. Dans cet énoncé, nous désignons systématiquement les éléments de cette première colonne entre guillemet. Par exemple, dans la ligne numéro 2 en colonne A est écrit NOM. Nous désignons cette première ligne par la ligne « NOM ». Cette première colonne n'emploie que les symboles courant du Français (pas de symbole mathématique, pas de lettre grecque) et évite les caractères accentués.
- La deuxième (colonne B) contient votre réponse. Lorsque la réponse est numérique, vous ne donnez que le résultat numérique, sans aucun commentaire, en employant la virgule (,) comme séparateur décimal (exemple 3,14 mais pas 3.14). Lorsque la réponse n'est pas numérique, elle est alors constituée d'un ou plusieurs mots clés. Nous vous demandons de les écrire en **MAJUSCULE** sans aucun accent, séparés éventuellement par des caractères blancs.

Attention : il ne doit pas y avoir de caractère blanc précédant une réponse numérique. De plus, de manière à éviter toute incompatibilité avec les différents systèmes existants, ce fichier ne contient aucun caractère accentué ni spécial.

Le non-respect de ces consignes peut entraîner une perte de points.

Pour répondre à ce partiel, vous devez être muni de votre UID, interprété comme un nombre entier à 5 chiffres décimaux.

Les exemples numériques sont construits à partir de votre UID et des fonctions suivantes :

- Les opérateurs arithmétiques usuels,
- La fonction partie entière, notée « floor » dans cet énoncé : $\text{floor}(x) := n$ entier tel que : $n \leq x < n + 1$,
- La fonction modulo notée ici « mod » : $a \bmod b := r$ tel que $0 \leq r < b$ et $a \equiv r \pmod{b}$.

Par exemple :

- $28719 \bmod 100 = 19$
- $\text{floor}(751,654) = 751$.

Questions préliminaires :

Q1 – Pour commencer, écrivez votre Nom, Prénom et N° UID dans les trois premières lignes, numérotées de 2 à 4, « NOM », « PRENOM », « NUMERO UID » de la colonne B. Les noms et prénoms sont à écrire en majuscule.

Exercice 1 (Emprunts avec un taux simple)

Nous considérons les 3 nombres suivants, construits à partir de votre UID :

- $S = \text{floor}(6,739 \times \text{UID})$
- $d = 40 + \text{floor}\left(\frac{26000 - \text{UID}}{89}\right)$
- $i = 1,2 + \frac{(\text{UID} \bmod 1000)}{400}$, nombre qui représente un pourcentage (si vous trouvez 2,574, cela signifie 2,574%. Ne procédez à aucun arrondi sur i.

Q2 – Ecrivez les nombres S , d et i que vous avez trouvé dans les lignes « Ex 1 S », « Ex 1 D » et « Ex 1 I », et, bien entendu, en deuxième colonne.

On considère un emprunt sur d jours de la somme S en euros au taux de $i\%$ (taux simple, exact/360).

Q3 – Donnez le montant des intérêts à un centime près dans la ligne « Ex 1 Montants Interets »

Cas 1 : Madame Julie Davignon a emprunté, pour le compte de son entreprise, la somme S sur d jours au taux d'intérêt $i\%$. Les intérêts sont postcomptés.

Q4 – Donnez, à 1 centime près, la somme perçue par Mme Davignon le jour où elle a reçu les fonds, à la ligne « J0 DAVIGNON »

Q5 – Donnez, à 1 centime près, la somme remboursée par Mme Davignon au bout de d jours, à la ligne « Rembourse par DAVIGNON »

Cas 2 : M. Jean Précarrey a aussi emprunté, pour le compte de son entreprise, une certaine somme d'argent sur d jours au taux d'intérêt $i\%$, de manière à rembourser S au bout de d jours. Les intérêts sont postcomptés.

Q6 – Donnez, à 1 centime près, la somme perçue par M. Précarrey le jour où il a reçu les fonds, à la ligne « J0 PRECARREY »

Cas 3 : M. Albert Pipault a, lui aussi, emprunté, pour le compte de son entreprise, une certaine somme d'argent sur d jours au taux d'intérêt $i\%$, de manière à rembourser S au bout de d jours. Les intérêts sont cette fois précomptés.

Q7 – Donnez, à 1 centime près, la somme perçue par M. Pipault le jour où il a reçu les fonds, à la ligne « J0 PIPAULT »

Cas 4 : Mme Jeanne Lepetit a, elle aussi, emprunté, pour le compte de son entreprise, la somme d'argent correspondant à la réponse Q7 de ce partiel, sur d jours, de manière à rembourser S au bout de ces d jours. Le taux vaut $q\%$ et les intérêts sont postcomptés.

Q8 – Calculez ce nombre q avec 5 décimales après la virgule et inscrivez-le à la ligne « TAUX Q », inscrivez un nombre, en pourcentage, sans ajouter le signe %.

Exercice 2 (Obligation).

Une obligation O^{*} (fictive dans cet énoncé) a été émise il y a quelques temps. Son échéance est dans 5 ans et D_{oblig} jours. Son nominal vaut Nom_{oblig} , elle verse un coupon de c_{oblig} exprimé en pourcentage et cote aujourd'hui dans la presse $Cote_{oblig}$. L'année est bissextile.**

On a :

- $Nom_{oblig} = 1000 + (UID \bmod 1349)$
- $c_{oblig} = \left(\frac{27000 - 1,03 \times UID}{1047} \right)$ en pourcentage, et en ne conservant que deux chiffres après la virgule, une formule identique étant alors : $c_{oblig} = 0,01 \times \text{floor} \left(\frac{27000 - 1,03 \times UID}{10,47} \right)$
- $D_{oblig} = 75 + (UID \bmod 81)$
- $Cote_{oblig} = 85 + 0,1 \times \text{floor} \left(\frac{UID \bmod 2651}{17,7} \right)$

Q9 – Inscrivez les 4 nombres Nom_{oblig} , c_{oblig} , D_{oblig} et $Cote_{oblig}$ dans les lignes respectives « Ex 2 Nominal », « Ex 2 coupon », « Ex 2 D jours » et « Ex 2 Cote ».

M. Darantin dispose dans son portefeuille d'une obligation O^{*} .**

Q10 – M. Darantin, s'il ne vend pas l'obligation avant, recevra dans D_{oblig} jours une somme à inscrire à la ligne « RECU DURANTIN D ».

Q11 – De même, s'il ne vend pas l'obligation avant, M. Darantin recevra dans **5 ans et D_{oblig} jours** une somme à inscrire à la ligne « RECU MATURITE OBLIG », bien entendu, toujours à la deuxième colonne. Cette somme est à donner au centime près.

Q12 – Inscrivez la valeur du coupon couru aujourd'hui, au centime près – donc en prenant en compte le nominal calculé dans Q9 – à la ligne « COUPON COURU ».

Q13 – Si M. Darantin vend son obligation O*** aujourd'hui, inscrire à la ligne « REALISATION OBLIG » le montant qu'il recevra, au centime près.

Exercice 3 : M. et Mme Dupondt souhaitent acheter un appartement

On considère les nombres suivants :

- $Emprunt = floor(9,3789 \times UID)$ une somme à emprunter à 1 euro près,
- $A = 24 - floor\left(\frac{UID}{1847}\right)$ un nombre d'années
- $u = 0,01 \times floor\left(\frac{(25500 - uid)}{11,77}\right)$ un taux d'intérêt exprimé en pourcentage.

M. et Mme Dupondt empruntent aujourd'hui, pour l'achat de leur appartement, la somme *Emprunt* calculée plus haut sur *A* années. Le taux d'emprunt est de *u*%, il s'agit d'une convention où chaque mois, les intérêts sont de 1/12 de ce taux d'emprunt. Les mensualités sont constantes.

Q14 – Incrire dans les lignes « Ex 3 Emprunt », « Ex 3 Annees » et « Ex 3 taux » dans cet ordre les trois nombres *Emprunt*, *A*, *u* que vous venez de calculer.

Q15 – Calculer, puis inscrire dans la ligne « Taux Mensuel » le montant du taux mensuel, à au moins 5 décimales près, et exprimé en pourcentage, sans écrire le symbole %.

Q16 – Le taux actuariel correspondant est à calculer et inscrire, à 5 décimales après la virgule, à la ligne « Taux Actuariel », un nombre entier désignant un pourcentage, sans écrire le symbole %.

Calcul des mensualités payées par M. et Mme. Dupondt.

Q17 – Incrire à la ligne « Nombre Mensualites » le nombre de mensualités de l'emprunt.

Q18 – Incrire à la ligne « Nombre aN » le nombre a_N (à 5 décimales après la virgule) permettant de calculer ces mensualités.

Q19 – En déduire le montant des mensualités, au centime près, et l'inscrire à la ligne « Mensualites ».

Nous supposons qu'au bout de $A/2$ année (0.5 ans correspondant à 6 mois) le ménage disposerait des moyens d'effectuer un remboursement anticipé partiel de la moitié de ce qui resterait à payer : *ResteAPayer*. En fait, il arrive, a négocier un emprunt auprès d'une autre banque pour le montant de la somme $S_{RAP} = ResteAPayer/2$, pour une durée, elle-même réduite, car elle est de $A/4$ et un taux d'intérêt valant exactement la moitié du taux initial *u* (et la même convention pour le calcul du taux mensuel). Le couple utilise alors ses économies ainsi que ce nouvel emprunt pour effectuer un remboursement anticipé total, et sans pénalité, du premier emprunt.

Attention : avant d'aborder ces questions, vérifiez les réponses apportées aux questions précédentes.

Q21 – Incrire à la ligne « SOMME RENEGOCIEE » le montant de la somme S_{RAP} .

Q22 – Incrire à la ligne « NOUVELLE MENSUALITE », le montant des mensualités payées à la nouvelle banque pour le deuxième emprunt.