Rappels des lois usuelles

1 Lois discrètes

1.1 Loi discrète uniforme

$$X = \{1, 2, 3, ..., n\}$$

$$\boxed{\mathscr{P}(X = k) = \frac{1}{n}} \ \forall k = 1, 2, ..., n$$

$$\boxed{E(X) = \frac{n+1}{2}} \quad \boxed{V(X) = \frac{n^2 - 1}{12}}$$

1.2 Loi de Bernouilli de paramètre p : $\mathscr{B}(p)$

X ne peut prendre que les valeurs 1 ou 0

$$\boxed{\mathscr{P}(X = k) = p \ \text{ et } \ \mathscr{P}(X = 0) = 1 - p = q}$$

$$\boxed{E(X) = p} \quad \boxed{V(X) = p(1 - p)}$$

1.3 Loi binomiale $\mathscr{B}(n, p)$

$X = \sum_{i=1}^{n} X_i$ est une somme de n variables de Bernoulli indépendantes.

$$\boxed{\mathscr{P}(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}} \ \forall k \in [[0, n]]$$

$$\text{où } \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n - k)!}$$

$$\boxed{E(X) = np} \text{ et } \boxed{V(X) = npq} \ q = 1 - p$$

1.4 Loi de poisson : $\mathscr{P}(\lambda)$ (λ paramètre)

$$\boxed{\mathscr{P}(X = k) = \mathrm{e}^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!} \ \ \forall k \in \mathbb{N}}$$

$$\boxed{E(X) = V(X) = \lambda}$$

1.5 Loi géométrique de paramètre : $\mathscr{G}(p)$

$$\boxed{\mathscr{P}(X = k) = (1 - p)^{k-1} p \ \ \forall k \in \mathbb{N}^*}$$

$$\boxed{E(X) = \frac{1}{p}} \quad \boxed{V(X) = \frac{1 - p}{p^2}}$$

2 Lois continues usuelles

2.1 Loi uniforme sur $[a, b]$

Sa densité est $f(x) = \{ \begin{array}{ll} \frac{1}{b-a} & \forall x \in [a, b] \\ 0 & \text{sinon} \end{array}$

$$\boxed{E(X) = \frac{a + b}{2}} \quad \boxed{V(X) = \frac{(b - a)^2}{12}}$$

2.2 Loi exponentielle de paramètre λ

Sa densité est $f(x) = \{ \begin{array}{ll} \lambda\, \mathrm{e}^{-\lambda x} & si\ x \geq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{array}$

$$\boxed{E(X) = \frac{1}{\lambda}} \quad \boxed{V(X) = \frac{1}{\lambda^2}}$$

2.3 Loi gamma de paramètre : $\gamma(r)$

San densité est $f(x) = \frac{1}{\Gamma(r)}\, \mathrm{e}^{-x}\, .x^{r-1} \ \ \forall x > 0$

$$\boxed{E(X) = V(X) = r}$$

2.4 Loi normale $\mathscr{N}(m, \sigma)$

Sa densité est $f(x) = \dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\dfrac{1}{2}(\dfrac{x - m}{\sigma}^2)\right) \ \forall x \in \mathbb{R}$

$$\boxed{E(X) = m} \quad \boxed{V(X) = \sigma^2}$$

σ : écart-type

Posons $\mathscr{U} = \frac{X-m}{\sigma} \rightsquigarrow \mathscr{N}(0, 1)$.

$\mathscr{U}$ est une loi normale centrée et réduite.
Sa densité est $f(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{u^2}{2})$

3 Rappels de quelques développements

- $\mathrm{e}^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{x!} + o(x^2)$ *(ordre 2)*
- $\ln(1 + x) = x - \frac{x^2}{2} + o(x^2)$ *(ordre 2)*
- $(1 + x)^\alpha = 1 + \alpha x + \frac{\alpha(\alpha-1)x^2}{2!} + o(x^2)$ *(ordre 2)*
- $sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + o(x^3)$ *(ordre 3)*
- $cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + o(x^2)$ *(ordre 2)*